



EQUAÇÕES IRRACIONAIS

1) Definição

Uma equação é denominada irracional quando apresenta incógnita sob radical ou incógnita com expoente fracionário.

2) Resolução

Durante o processo de solução de uma equação irracional com índice do radical igual a 2 é necessário elevar ao quadrado ambos os membros da equação e esta operação pode provocar o aparecimento de “raízes estranhas”, isto é, valores que realmente não verificam a equação original. Este fato obriga que toda raiz obtida deve ser verificada na equação original e verificando a igualdade.

Exemplos:

1) Determinar as raízes da equação $\sqrt{x-5} - 4 = 0$.

Solução:

✎ Isola-se o radical em um dos membros: $\sqrt{x-5} = 4$

✎ Elevam-se ambos os membros ao quadrado, para eliminar a raiz: $(\sqrt{x-5})^2 = (4)^2$

✎ Assim, vem: $x - 5 = 16$

✎ Determina-se x e verifica-se na equação original: $x = 16 + 5 \Rightarrow x = 21$.

Verificação:

$$\sqrt{x-5} - 4 = 0 \Rightarrow \sqrt{21-5} - 4 = 0 \Rightarrow \sqrt{16} - 4 = 0 \Rightarrow 4 - 4 = 0 \Rightarrow \underbrace{0 = 0}$$

**Verdadeira!
(VERIFICADA)**

✎ Como foi verificada a igualdade, a raiz $x = 21$ é considerada.

2) Determinar as raízes da equação $\sqrt{x+4} - 2 = x$.

Solução:

✎ Isolando o radical no 1º membro: $\sqrt{x+4} = x + 2$

✎ Elevando-se ambos os membros ao quadrado: $(\sqrt{x+4})^2 = (x+2)^2$

✎ Assim, vem:

$$\begin{aligned}(\sqrt{x+4})^2 &= (x+2)^2 \\ x+4 &= x^2 + 4x + 4 \\ x^2 + 3x &= 0\end{aligned}$$

✎ As raízes da equação do 2º grau são:

$$x(x+3) = 0 \begin{cases} x_1 = 0 \\ x+3 = 0 \Rightarrow x_2 = -3 \end{cases}$$

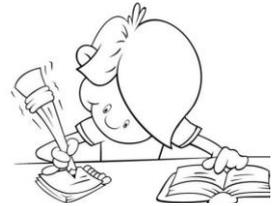
✎ Verificando as raízes na equação do irracional:

<p>✎ Para $x_1 = 0$:</p> $\sqrt{x+4} - 2 = x$ $\sqrt{0+4} - 2 = 0$ $\sqrt{4} - 2 = 0$ $2 - 2 = 0$ $0 = 0$ <p>(VERIFICADA!)</p>	<p>✎ Para $x_2 = -3$:</p> $\sqrt{x+4} - 2 = x$ $\sqrt{-3+4} - 2 = -3$ $\sqrt{1} - 2 = -3$ $1 - 2 = -3$ $-1 \neq -3$ <p>(NÃO VERIFICADA!)</p>
--	--

✎ Observe que apenas $x = 0$ verifica a igualdade, assim a raiz da equação original é 0.

EXERCÍCIOS

**HORA DE
EXERCITAR!**



Resolver as seguintes equações irracionais:

116) $\sqrt{x} - 4 = 0$

117) $\sqrt{x} + 2 = 0$

118) $\sqrt{x+1} - 2 = 0$

119) $x - 2\sqrt{x} = 15$

120) $\sqrt{2x+7} = 4 - \sqrt{2-x}$

121) $\sqrt{x+1} + \sqrt{x-4} = \sqrt{2x+9}$

122) (FCC) Seja o número real k a solução da equação $\sqrt{x+2} - \sqrt{x-2} = 1$. Nestas condições, k^2 é um número compreendido entre:

- a) 2 e 8
- b) 8 e 14
- c) 26 e 32
- d) 20 e 26
- e) 14 e 20

123) (FCC) A equação $x - \sqrt{9-x^2} = 3$ admite:

- a) apenas uma raiz negativa.
- b) apenas uma raiz positiva.
- c) duas raízes de sinais contrários.
- d) duas raízes positivas.
- e) duas raízes negativas.