E.E.M. Vereador Oscar Manoel da Conceição
Unidade 1: Revisão EF (Módulo 5) – Matemática - 1ª série
Ano letivo 2019 (1º trimestre)- Prof. Marcos Martins

RADICAIS

1) Definições:

Denomina-se raiz de índice ***n*** (ou raiz *n*-ésima) de ***A***, ao número ou expressão que, elevado à potência *n*, reproduz ***A***. Representa-se a raiz pelo símbolo $\sqrt{\ }$.

$$\sqrt[n]{A}\begin{cases} n:\text{índice da raiz}\\ A:\text{radicando}\\ \sqrt{\ }:\text{radical}\end{cases}$$

Assim,

$$\sqrt[3]{8}=2 \text{ porque } 2^3=8$$

$$\sqrt[4]{81}=3 \text{ porque } 3^4=81$$

$$\sqrt{16}=4 \text{ porque } 4^2=16$$

2) Propriedades:

É possível retirar um fator do radical, bastando que se divida o expoente do radicando pelo índice do radical

Exemplos:

a) $\sqrt[4]{3^8}=3^{8\div 4}=3^2$

b) $\sqrt[4]{3^8\cdot 5^4\cdot 2}=3^2\cdot 5\sqrt[4]{2}$

c) $\sqrt[4]{2^{11}}=\sqrt[4]{2^8\cdot 2^3}=2^2\sqrt[4]{2^3}$

d) $\sqrt{180}=\sqrt{2^2 3^2\cdot 5}=2\cdot 3\sqrt{5}$

e) $\sqrt{12}=\sqrt{2^2\cdot 3}=2\sqrt{3}$

Reciprocamente, para introduzir um fator no radical, multiplica-se o expoente do fator pelo índice do radical. Assim:

f) $3\sqrt[3]{2}=\sqrt[3]{3^3\cdot 2}$

g) $2^2\sqrt[3]{5}=\sqrt[3]{2^6\cdot 5}$

3) Adição e subtração de radicais semelhantes:

Radicais de **mesmo índice** e **mesmo radicando** <u>são semelhantes</u>. Na adição e subtração de radicais semelhantes, operam-se os coeficientes e conserva-se o radical.

Exemplos:

a) $3\sqrt{2}+5\sqrt{2}-10\sqrt{2}=(3+5-10)\sqrt{2}=-2\sqrt{2}$

b) $3\sqrt[3]{2}+6\sqrt[3]{2}-5\sqrt[3]{2}-\sqrt[3]{2}=(3+6-5-1)\sqrt[3]{2}=3\sqrt[3]{2}$

c) $\sqrt{8}+\sqrt{18}-\sqrt{32}=\sqrt{2^3}+\sqrt{2\cdot 3^2}-\sqrt{2^5}=\sqrt{2^2\cdot 2}+\sqrt{2\cdot 3^2}-\sqrt{2^4\cdot 2}=2\sqrt{2}+3\sqrt{2}-2^2\sqrt{2}$

$=(2+3-4)\sqrt{2}=\sqrt{2}$

4) Multiplicação (divisão) de radicais de mesmo índice:

Multiplicam-se (dividem-se) os radicandos e dá-se ao produto (quociente) o índice comum.

Exemplos:

a) $\sqrt{2}\cdot\sqrt{3}=\sqrt{2\cdot 3}=\sqrt{6}$

b) $\dfrac{\sqrt{6}}{\sqrt{2}}=\sqrt{\dfrac{6}{2}}=\sqrt{3}$

c) $\sqrt{3}\cdot\sqrt{5}\cdot\sqrt{2}=\sqrt{3\cdot 5\cdot 2}=\sqrt{30}$

d) $\dfrac{\sqrt[4]{5}\cdot\sqrt[4]{3}}{\sqrt[4]{2}}=\dfrac{\sqrt[4]{15}}{\sqrt[4]{2}}=\sqrt[4]{\dfrac{15}{2}}$

5) Potenciação de radicais:

Eleva-se o radicando à potência indicada e conserva-se o índice.

Exemplos:

a) $\left(\sqrt[4]{3}\right)^3=\sqrt[4]{3^3}$

b) $\left(\sqrt[5]{2^2\cdot 3}\right)^2=\sqrt[5]{\left(2^2\cdot 3\right)^2}=\sqrt[5]{2^4\cdot 3^2}$

6) Radiciação de radicais:

Multiplicam-se os índices e conserva-se o radicando.

Exemplos:

a) $\sqrt{\sqrt{3}}=\sqrt[2\times 2]{3}=\sqrt[4]{3}$

b) $\sqrt[3]{\sqrt{2}}=\sqrt[3\times 2]{2}=\sqrt[6]{2}$

c) $\sqrt[3]{\sqrt{\sqrt[4]{3}}}=\sqrt[24]{3}$

7) Expoente fracionário:

Uma potência com expoente fracionário pode ser convertida numa raiz, cujo radicando é a base, o índice é o denominador do expoente, sendo o numerador o expoente do radicando.

Exemplos:

a) $a^{\frac{p}{q}}=\sqrt[q]{a^p}$

b) $a^{\frac{1}{2}}=\sqrt{a}$

c) $2^{\frac{2}{3}}=\sqrt[3]{2^2}$

d) $2^{\frac{1}{3}}\cdot 3^{\frac{4}{3}}=\sqrt[3]{2}\cdot\sqrt[3]{3^4}=\sqrt[3]{2\cdot 3^4}$

Obs.: É possível o cálculo de radicais tratando-os como potências.

Exemplos:

a) $\sqrt[3]{2^2}\cdot\sqrt[4]{2^3}=2^{\frac{2}{3}}\cdot 2^{\frac{3}{4}}=2^{\frac{2}{3}+\frac{3}{4}}=2^{\frac{8+9}{12}}=2^{\frac{17}{12}}=\sqrt[12]{2^{17}}=\sqrt[12]{2^{12}\cdot 2^5}=2\sqrt[12]{2^5}$

b) $\dfrac{\sqrt[8]{5^3}}{\sqrt[8]{5^5}}=\dfrac{5^{\frac{3}{8}}}{5^{\frac{5}{8}}}=5^{\frac{3}{8}-\frac{5}{8}}=5^{-\frac{2}{8}}=5^{-\frac{1}{4}}=\dfrac{1}{5^{\frac{1}{4}}}=\dfrac{1}{\sqrt[4]{5}}$

c) $2^{\frac{3}{4}}\div 2^{\frac{1}{2}}=2^{\frac{3}{4}-\frac{1}{2}}=2^{\frac{3-2}{4}}=2^{\frac{1}{4}}=\sqrt[4]{2}$

d) $\left(3^{\frac{1}{5}}\right)^2=3^{\frac{2}{5}}=\sqrt[5]{3^2}$

RESUMO

$$\sqrt[n]{A}\cdot\sqrt[n]{B}\cdot\sqrt[n]{C}\cdot\ldots=\sqrt[n]{A\cdot B\cdot C\cdot\ldots}$$

$$\left(\sqrt[n]{A}\right)^p=\sqrt[n]{A^p}$$

$$\sqrt[n]{\sqrt[m]{A}}=\sqrt[n\times m]{A}$$

$$A^{\frac{p}{q}}=\sqrt[q]{A^p}$$

8) Racionalização de denominadores:

(1º Caso) O denominador é um radical do 2º grau. Neste caso, multiplica-se pelo próprio radical o numerador e o denominador da fração.

Exemplos:

a) $\dfrac{1}{\sqrt{2}}=\dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}\cdot\sqrt{2}}=\dfrac{\sqrt{2}}{\left(\sqrt{2}\right)^2}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

b) $\dfrac{1}{2\sqrt{3}}=\dfrac{\sqrt{3}}{2\sqrt{3}\cdot\sqrt{3}}=\dfrac{\sqrt{3}}{2\left(\sqrt{3}\right)^2}=\dfrac{\sqrt{3}}{2\cdot 3}=\dfrac{\sqrt{3}}{6}$

c) $\dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}=\dfrac{\sqrt{2}\cdot\sqrt{3}}{\sqrt{3}\cdot\sqrt{3}}=\dfrac{\sqrt{2\cdot 3}}{\left(\sqrt{3}\right)^2}=\dfrac{\sqrt{6}}{3}$

d) $\dfrac{2\sqrt{2}}{5\sqrt{6}}=\dfrac{2\sqrt{2}\cdot\sqrt{6}}{5\sqrt{6}\cdot\sqrt{6}}=\dfrac{2\sqrt{12}}{5\left(\sqrt{6}\right)^2}=\dfrac{\cancel{2}\sqrt{12}}{5\cdot\cancel{6}^{3}}=\dfrac{\sqrt{12}}{15}$

(2º Caso) O denominador é uma soma ou diferença de dois termos em que um deles, ou ambos, são radicais do 2º grau. Neste caso, multiplica-se o numerador e o denominador pela expressão conjugada do denominador.

Obs.: A expressão conjugada de $\mathbf{a+b}$ é $\mathbf{a-b}$. Na racionalização aparecerá no denominador um produto do tipo:

$$(a+b)(a-b)=a^2-b^2.$$

Assim,

$$(a+b)(a-b)=a^2-b^2$$
$$(5+3)(5-3)=5^2-3^2=25-9=16$$

Exemplos:

a) $\dfrac{1}{\sqrt{5}+\sqrt{2}}=\dfrac{1\left(\sqrt{5}-\sqrt{2}\right)}{\left(\sqrt{5}+\sqrt{2}\right)\left(\sqrt{5}-\sqrt{2}\right)}=\dfrac{\sqrt{5}-\sqrt{2}}{\left(\sqrt{5}\right)^2-\left(\sqrt{2}\right)^2}=\dfrac{\sqrt{5}-\sqrt{2}}{5-2}=\dfrac{\sqrt{5}-\sqrt{2}}{3}$

b) $\dfrac{3}{\sqrt{7}-\sqrt{3}}=\dfrac{3\left(\sqrt{7}+\sqrt{3}\right)}{\left(\sqrt{7}-\sqrt{3}\right)\left(\sqrt{7}+\sqrt{3}\right)}=\dfrac{3\left(\sqrt{7}+\sqrt{3}\right)}{\left(\sqrt{7}\right)^2-\left(\sqrt{3}\right)^2}=\dfrac{3\left(\sqrt{7}+\sqrt{3}\right)}{7-3}=\dfrac{3}{4}\left(\sqrt{7}+\sqrt{3}\right)$

c) $\dfrac{5}{2+\sqrt{3}}=\dfrac{5\left(2-\sqrt{3}\right)}{\left(2+\sqrt{3}\right)\left(2-\sqrt{3}\right)}=\dfrac{5\left(2-\sqrt{3}\right)}{2^2-\left(\sqrt{3}\right)^2}=\dfrac{5\left(2-\sqrt{3}\right)}{4-3}=5\left(2-\sqrt{3}\right)$

EXERCÍCIOS

96) Efetuar:

a) $\sqrt{5}-2\sqrt{5}+10\sqrt{5}$ b) $\sqrt{32}+3\sqrt{2}-\sqrt{8}$ c) $3\sqrt[4]{3}+\sqrt[4]{3}-\sqrt[4]{243}$ d) $3\sqrt{3}+\sqrt{3}-\sqrt[4]{729}$

97) Efetuar:

a) $\sqrt{3}\cdot\sqrt{6}$ b) $\left(-\sqrt[3]{2}\right)\left(-\sqrt[3]{4}\right)$ c) $\dfrac{\sqrt[4]{8}}{\sqrt[4]{2}}$

98) Efetuar:

a) $\left(\sqrt[3]{2}\right)^6$ b) $\left(\sqrt[3]{2\cdot 3^2}\right)^2$ c) $\sqrt[3]{\sqrt[3]{3}}$ d) $\sqrt{\sqrt[3]{2}}$ e) $\sqrt[3]{2\sqrt{2}}$ f) $\sqrt[3]{2\sqrt[3]{2\sqrt[3]{2}}}$

99) Dar a resposta sob forma de radical, das expressões seguintes:

a) $2^{\frac{3}{4}}$ b) $2^{-\frac{1}{2}}$ c) $\left(2^{\frac{1}{2}}\right)^{\frac{1}{2}}$ d) $\left(\sqrt{2}\cdot\sqrt{3}\right)^{\frac{1}{6}}$

100) Racionalizar o denominador das frações seguintes:

a) $\dfrac{1}{\sqrt{5}}$ b) $\dfrac{3}{\sqrt{7}}$ c) $\dfrac{\sqrt{3}}{2\sqrt{2}}$ d) $\dfrac{2}{\sqrt{5}-2}$ e) $\dfrac{5}{4-\sqrt{11}}$