E.E.M. Vereador Oscar Manoel da Conceição
Unidade 1: Revisão EF (Módulo 4) – Matemática - 1ª série
Ano letivo 2019 (1° trimestre)- Prof. Marcos Martins

POTÊNCIAS

1) Definições:

Potência de grau ***n*** de um número ***A*** é o produto de ***n*** fatores iguais a ***A***.

$$A^n = \underbrace{A \times A \times A \times \ldots \times A}_{n \text{ vezes}} \left\} \begin{array}{l} A \text{ é a base da potência} \\ n \text{ é o expoente da potência, que determina o seu grau} \end{array} \right.$$

Assim:

$$2^3 = 2 \times 2 \times 2 \quad \therefore \quad 2^3 = 8$$

$$(-1)^4 = (-1)(-1)(-1)(-1) \quad \therefore \quad (-1)^4 = 1$$

2) Casos Particulares:

a) A potência de expoente 1 (1º grau) é igual à base:

$$A^1 = A;\ 2^1 = 2.$$

b) Toda potência de 1 é igual a 1:

$$1^3 = 1;\ 1^{10} = 1.$$

c) Toda potência de 0 (zero) é igual a 0 (zero):

$$0^3 = 0;\ 0^{10} = 0.$$

d) Toda potência de expoente <u>par</u> é positiva:

$$(-2)^4 = 16;\ (2)^4 = 16;\ (-3)^2 = 9;\ 3^2 = 9.$$

e) Toda potência de expoente <u>ímpar</u> tem o sinal da base:

$$(3)^3 = 27;\ (-3)^3 = -27;\ (2)^5 = 32;\ (-2)^5 = -32;\ 4^3 = 64;\ (-4)^3 = -64.$$

RESUMO:

$$(+)^{\text{PAR}} = (+)$$
$$(-)^{\text{PAR}} = (+)$$
$$(+)^{\text{ÍMPAR}} = (+)$$
$$(-)^{\text{ÍMPAR}} = (-)$$

3) Multiplicação de potências de mesma base:

Mantém-se a base comum e somam-se os expoentes.

Realmente: $2^3 \times 2^2 = \underbrace{\underbrace{2 \times 2 \times 2}_{3 \text{ vezes}} \times \underbrace{2 \times 2}_{2 \text{ vezes}}}_{5 \text{ vezes}} = 2^{3+2} = 2^5$

Exemplos:

a) $5^2 \cdot 5^7 = 5^9$ b) $2^2 \cdot 2^3 \cdot 2^5 = 2^{10}$

4) Divisão de potências de mesma base:

Mantém-se a base comum e diminuem-se os expoentes.

Realmente: $5^6 \div 5^4 = \dfrac{5^6}{5^4} = \dfrac{\overbrace{5 \times 5 \times \cancel{5} \times \cancel{5} \times \cancel{5} \times \cancel{5}}^{6 \text{ vezes}}}{\underbrace{\cancel{5} \times \cancel{5} \times \cancel{5} \times \cancel{5}}_{4 \text{ vezes}}} = 5^{6-4} = 5^2$

Exemplos:

a) $3^7 \div 3^3 = 3^4$ b) $2^8 \div 2 = 2^7$

M4

5) Multiplicação de potências de mesmo grau (semelhantes):

Multiplicam-se as bases e conserva-se o expoente comum.

Realmente: $2^2 \cdot 7^2 = \underbrace{2 \cdot 2}_{2\text{ vezes}} \cdot \underbrace{7 \cdot 7}_{2\text{ vezes}} = \underbrace{(2 \cdot 7) \cdot (2 \cdot 7)}_{2\text{ vezes}} = (2 \cdot 7)^2 = (14)^2$

Exemplos:

a) $3^3 \times 5^3 = 15^3$

b) $3^2 \cdot 5^2 \cdot 7^2 = (3 \cdot 5 \cdot 7)^2 = 105^2$

6) Divisão de potências de mesmo grau (semelhantes):

Dividem-se as bases e conserva-se o expoente comum.

Realmente: $2^2 \div 7^2 = \dfrac{2^2}{7^2} = \dfrac{\overbrace{2 \cdot 2}^{2\text{ vezes}}}{\underbrace{7 \cdot 7}_{2\text{ vezes}}} = \underbrace{\left(\dfrac{2}{7}\right) \cdot \left(\dfrac{2}{7}\right)}_{2\text{ vezes}} = \left(\dfrac{2}{7}\right)^2$

Exemplos:

a) $8^3 \div 2^3 = 4^3$

b) $12^2 \div 6^2 = 2^2$

7) Potenciação de potência:

Eleva-se a base ao produto dos expoentes.

Realmente: $\left(2^3\right)^2 = \underbrace{2^3 \times 2^3}_{2\text{ vezes}} = 2^{3+3} = 2^6$ ou $\left(2^3\right)^2 = 2^{3\times 2} = 2^6$

Exemplos:

a) $\left(3^5\right)^2 = 3^{10}$

b) $\left(5^3\right)^2 = 5^6$

c) $\left(2^3\right)^{-2} = 2^{-6}$

d) $2^{2^3} = 2^{\overbrace{2\cdot 2\cdot 2}^{3\text{ vezes}}} = 2^8$

Obs.: No exemplo (d), tem-se potência de ordem superior, isto é, potência cujo expoente é outra potência.

$$\underbrace{\left(2^2\right)^3 = 2^{2\times 3} = 2^6}_{\text{Potenciação de potência}} \neq \underbrace{2^{2^3} = 2^{2\times 2\times 2} = 2^8}_{\text{Potência de ordem superior}}$$

8) Expoente nulo:

Toda potência de <u>base diferente de zero</u> e expoente zero é igual à unidade.

Realmente: $\begin{cases} a^4 \div a^4 = a^{4-4} = a^0 \\ a^4 \div a^4 = 1 \end{cases} \Rightarrow a^0 = 1 \; (a \neq 0)$

Exemplos:

a) $2^0 = 1$

b) $(-5)^0 = 1$

Obs.: A expressão $\mathbf{0^0}$ é considerada como uma indeterminação em Matemática.

9) Expoente negativo:

Qualquer número <u>diferente de zero</u>, elevado à expoente negativo é igual a uma fração cujo numerador é a unidade e cujo denominador é a mesma base da potência elevada ao mesmo expoente com o sinal positivo.

Realmente: $\begin{cases} \dfrac{2^3}{2^7} = \dfrac{\cancel{2^3}}{\cancel{2^3} \times 2^4} = \dfrac{1}{2^4} \\ \dfrac{2^3}{2^7} = 2^{3-7} = 2^{-4} \end{cases} \Rightarrow \quad 2^{-4} = \dfrac{1}{2^4}$

Analogamente, $2^4 = \dfrac{1}{2^{-4}}$.

Portanto, para se transferir uma potência de um termo para o outro de uma fração, basta trocar o sinal do expoente da potência.

$$2^3 = \frac{1}{2^{-3}}; \; 3^{-2} = \frac{1}{3^2}; \; \frac{2^{-2}}{4^3} = \frac{4^3}{2^2}$$

Exemplos:

a) $5^{-2} = \dfrac{1}{5^2}$ b) $3^{-1} = \dfrac{1}{3}$ c) $\dfrac{3^{-4}}{5^{-2}} = \dfrac{5^2}{3^4}$

RESUMO

① $a^m \times a^n \times a^p \times \ldots = a^{m+n+p+\cdots}$

② $\dfrac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$

③ $a^m \times b^m \times c^m \times \ldots = (a \times b \times c \times \ldots)^m$

④ $\dfrac{a^m}{b^m} = \left(\dfrac{a}{b}\right)^m$

⑤ $(a^m)^n = a^{m \times n}$

⑥ $a^0 = 1 \; (a \neq 0)$

⑦ $a^{-m} = \dfrac{1}{a^m} \; (a \neq 0)$

Exemplos:

a) $3^x \cdot 3^y = 3^{x+y}$ b) $2^a \times 2^b \times 2^c = 2^{a+b+c}$ c) $a^5 \div a^2 = a^3$

d) $\dfrac{5^7}{5^2} = 5^5$ e) $10^5 \div 2^5 = 5^5$ f) $2^m \cdot 3^m = 6^m$

g) $8^m \div 4^m = 2^m$ h) $\left(\dfrac{a}{b}\right)^2 = \dfrac{a^2}{b^2}$ i) $(a^2 \cdot b^3 \cdot c)^3 = a^6 \cdot b^9 \cdot c^3$

j) $\left(\dfrac{2^3 \cdot 3^2}{5}\right)^2 = \dfrac{2^6 \cdot 3^4}{5^2}$ k) $(2^3)^5 = 2^{15}$ l) $(a^5)^2 = a^{10}$

m) $a^{5^2} = a^{25}$ n) $2 \times 5^{-2} = 2 \times \dfrac{1}{5^2} = \dfrac{2}{5^2}$ o) $(2^2 \cdot 5)^{-3} = 2^{-6} \cdot 5^{-3} = \dfrac{1}{2^6 \cdot 5^3}$

p) $\left(\dfrac{2}{3}\right)^{-2} = \dfrac{2^{-2}}{3^{-2}} = \dfrac{3^2}{2^2} = \left(\dfrac{3}{2}\right)^2$ q) $\dfrac{1}{a^{-4}} = a^4$ r) $\left(\dfrac{a}{b}\right)^{-1} = \dfrac{a^{-1}}{b^{-1}} = \dfrac{b}{a}$

10) Potências de 10 (dez):

Efetuam-se as potências de 10 escrevendo à direita da unidade tantos zeros quantas forem às unidades do expoente.

Exemplos:

a) $10^2 = 100$ b) $10^7 = 10\,000\,000$ c) $200 = 2 \cdot 100 = 2 \cdot 10^2$ d) $4000 = 4 \cdot 10^3$

e) $300\,000 = 3 \cdot 10^5$ f) $2 \cdot 10^4 = 20\,000$ g) $3 \cdot 10^8 = 300\,000\,000$

11) Números decimais:

> Todo número decimal equivale a um produto do qual um fator é o número escrito como inteiro, e outro é uma potência de dez com expoente negativo, com tantas unidades no expoente quantas são as ordens decimais.

Realmente: $0,0025 = \dfrac{25}{10000} = \dfrac{25}{10^4} = 25 \cdot 10^{-4} = \underbrace{2,5 \cdot 10}_{=25} \cdot 10^{-4} = 2,5 \cdot 10^{-3}$

Exemplos:

a) $0,001 = 10^{-3}$ b) $0,002 = 2 \cdot 10^{-3}$ c) $0,00008 = 8 \cdot 10^{-5}$

d) $0,0000027 = 27 \cdot 10^{-7}$ e) $1,255 = 1255 \cdot 10^{-3}$ f) $2 \cdot 10^{-3} = 0,002$

g) $28 \cdot 10^{-5} = 0,00028$ h) $\dfrac{0,0004 \cdot 0,000002}{2000} = \dfrac{4 \cdot 10^{-4} \cdot \cancel{2} \cdot 10^{-6}}{\cancel{2} \cdot 10^{3}} = 4 \cdot 10^{-4-6-3} = 4 \cdot 10^{-13}$

EXERCÍCIOS

Calcular:

66) $1^3 =$ 67) $0^4 =$ 68) $(-2)^3 =$ 69) $(-4)^3 =$ 70) $(-2)^4 =$

71) $(-4)^4 =$ 72) $2^3 \cdot 2^5 =$ 73) $3^2 \cdot 3 \cdot 3^5 =$ 74) $3^5 \div 3^4 =$ 75) $3^4 \div 3^2 \cdot 3^5 =$

76) $2^4 \cdot 5^4 =$ 77) $(-3^5)(-5^5) =$ 78) $15^3 \div 3^3 =$ 79) $(-4^6) \div 2^6 =$

80) $(3^3)^2 =$ 81) $(2^3)^5 =$ 82) $3^{3^2} =$ 83) $\left[(3^3)^2\right]^2 =$ 84) $(2 \cdot 3)^3 =$ 85) $(3^2 \cdot 5 \cdot 2)^4 =$

86) $\left(\dfrac{5}{3}\right)^5 =$ 87) $\left(\dfrac{2}{3^4}\right)^3 =$ 88) $\left(\dfrac{2^2 \cdot 3^3}{5^3}\right)^2 =$ 89) $(2 \cdot 3^2)^0 =$ 90) $4^{-2} =$ 91) $2 \cdot 3^{-1} =$

92) $\dfrac{2}{3^{-4}} =$ 93) $(2^{-3} \cdot 5^{-2})^{-4} =$

94) Exprimir, utilizando potências de 10:

a) $20\,000$ b) $4\,800\,000$ c) $0,01$ d) $0,000045$

95) Efetuar, utilizando potências de 10:

a) $\dfrac{2000 \cdot 48000}{80} =$ b) $\dfrac{28 \cdot 0,000032}{0,00002} =$