EQUAÇÕES DO 1º GRAU

1) Equação

Equação é uma igualdade que só se verifica para determinados valores atribuídos às letras (que se denominam **incógnitas**).

Exemplos:

a) $\underbrace{x - 2}_{\text{1º membro}} = \underbrace{5}_{\text{2º membro}}$ só é verdadeira para $x = 7$

b) $3x^2 = 27$ só é verdadeira para $x = +3$ ou $x = -3$

c) $3x + y = 7$ só é verdadeira para alguns valores de x e y, como $x = 2$ e $y = 1$ ou $x = 1$ e $y = 4$, etc.

✐ Os valores atribuídos às incógnitas que tornam verdadeiras as igualdades denominam-se <u>raízes da equação</u>.

✐ Se a equação contiver apenas uma incógnita e se o maior expoente dessa incógnita for 1 então a equação é dita <u>equação do 1º grau a uma incógnita</u>.

2) Resolução de uma equação do 1º grau a uma incógnita

Resolver uma equação é determinar sua raiz. No caso de uma equação do 1º grau a uma incógnita, consegue-se resolvê-la isolando-se a incógnita no 1º membro, transferindo-se para o 2º membro os termos que não contenham a incógnita efetuando-se a **operação inversa** (as operações inversas são: adição e subtração; multiplicação e divisão; potenciação e radiciação).

Exemplos:

a) $x + 2 = 7$
$x = 7 - 2$
$\boldsymbol{x = 5}$

b) $x - 3 = 0$
$x = 0 + 3$
$\boldsymbol{x = 3}$

c) $2x = 8$
$x = \frac{8}{2}$
$\boldsymbol{x = 4}$

d) $\frac{x}{3} = 5$
$x = 3 \times 5$
$\boldsymbol{x = 15}$

Se o coeficiente da incógnita for negativo, convém, em primeiro lugar, multiplicar ambos os membros por -1, isto é, trocar os sinais de todos os termos da equação.

e) $-2x = -8 \quad \times(-1)$
$2x = 8$
$x = \frac{8}{2} \qquad \therefore \ \boldsymbol{x = 4}$

Se a equação envolver simultaneamente denominadores e adição ou subtração, o primeiro passo será eliminar os denominadores, o que se faz mediante a aplicação da seguinte regra:

> Calcula-se o m.m.c. dos denominadores; divide-se o m.m.c. encontrado por cada um dos denominadores e multiplicam-se os resultados pelos respectivos numeradores.

Os passos seguintes são descritos no exemplo a seguir:

f) $\frac{3x-2}{2} - \frac{3x+1}{3} = \frac{4x-6}{5}$

i. Eliminam-se os denominadores, se houver:	m.m.c. $(2; 3; 5) = 30$. Logo: $15(3x-2) - 10(3x+1) = 6(4x-6)$
ii. Eliminam-se os parênteses, efetuando as multiplicações indicadas:	$45x - 30 - 30x - 10 = 24x - 36$
iii. Transpõem-se os termos que contém a incógnita para o 1º membro, e os termos independentes (os que não contêm a incógnita) para o 2º membro:	$45x - 30x - 24x = -36 + 30 + 10$
iv. Reduzem-se os termos semelhantes em cada membro:	$-9x = +4$
v. Se o coeficiente da incógnita resultou negativo, trocam-se os sinais dos dois membros (multiplicam-se os dois membros por -1):	$9x = -4$
vi. Dividem-se ambos os membros pelo coeficiente da incógnita (o coeficiente da incógnita passa para o 2º membro como divisor). Tem-se a **raiz** ou **solução** da equação:	$x = -\frac{4}{9}$

VERIFICAÇÃO: Substitui-se a raiz encontrada em cada um dos membros da equação dada. Os valores numéricos devem ser iguais.

g) $\frac{2(x-1)}{5} - \frac{2x+3}{3} = \frac{5}{6}$ $\rightarrow$ o m.m.c. é: 30. Então:

$12(x-1) - 10(2x+3) = 5 \times 5$ $\rightarrow$ eliminando os parênteses:

$12x - 12 - 20x - 30 = 25$ $\rightarrow$ reduzindo os termos semelhantes:

$-8x - 42 = 25$ $\rightarrow$ isolando x:

$-8x = 25 + 42$

$-8x = 67$ $\rightarrow$ multiplicando por (-1), ambos os membros:

$8x = -67$

$x = -\frac{67}{8}$

3) Sistemas de equações do 1º grau com duas incógnitas

I. Equação a duas incógnitas

Uma equação a duas incógnitas admite infinitas soluções. Por exemplo, a equação $2x - y = 4$ é verificada para um número ilimitado de pares de valores de x $(x = 4; y = 4)$, $(x = 2; y = 0)$, $(x = -1; y = -6)$, etc.

II. Sistema de duas equações a duas incógnitas

Resolver um sistema de duas equações a duas incógnitas é determinar os valores de x e y que satisfaçam simultaneamente às duas equações. Por exemplo, o sistema:

$\begin{cases} 5x + y = 16 \\ 2x - 3y = 3 \end{cases}$ tem solução para $\begin{cases} x = 3 \\ y = 1 \end{cases}$ pois apenas estes valores satisfazem simultaneamente às duas igualdades. (VERIFIQUE!)

Estudaremos aqui 3 (três) métodos de solução para um sistema de duas equações a duas incógnitas; são eles:

A. Substituição

1º. Seja o sistema:	$\begin{cases} 2x + 3y = 8 \\ 5x - 2y = 1 \end{cases}$ $\begin{matrix} \rightarrow \text{equação 1} \\ \rightarrow \text{equação 2} \end{matrix}$
2º. Isola-se uma das incógnitas em uma das equações; por exemplo, o valor de x na equação 1:	$2x + 3y = 8$ $2x = 8 - 3y$ $x = \frac{8-3y}{2}$ → equação 3
3º. Substitui-se $\boldsymbol{x}$ da equação 2 pelo seu valor (equação 3):	$5\left(\frac{8-3y}{2}\right) - 2y = 1$ → equação 4
4º. Resolve-se a equação 4 determinando-se o valor de y:	$5(8-3y) - 2 \times 2y = 2 \times 1$ $40 - 15y - 4y = 2$ $-19y = 2 - 40$ $-19y = -38 \qquad \times(-1)$ $19y = 38$ $y = \frac{38}{19} \qquad \therefore \quad \boldsymbol{y = 2}$
5º. O valor obtido para y é levado à equação 3 (em que x já está isolado) e determina-se x:	$x = \frac{8-3(2)}{2}$ $x = \frac{8-6}{2}$ $x = \frac{2}{2} \qquad \therefore \quad \boldsymbol{x = 1}$
6º. A solução do sistema é:	$\boldsymbol{x = 1}$ e $\boldsymbol{y = 2}$

B. Comparação

1º. Seja o sistema:	$\begin{cases} 7x + 3y = 33 \\ 5x - 2y = 7 \end{cases}$
2º. Isola-se a mesma incógnita nas duas equações:	$x = \frac{33-3y}{7}$ $x = \frac{7+2y}{5}$
3º. Igualam-se os segundos membros pois os primeiros são iguais (a x):	$\frac{33-3y}{7} = \frac{7+2y}{5}$
4º. Resolve-se a equação e determina-se y:	$5(33-3y) = 7(7+2y)$ $165 - 15y = 49 + 14y$ $-15y - 14y = 49 - 165$ $-29y = -116 \qquad \times(-1)$ $29y = 116$ $y = \frac{116}{29} \qquad \therefore \quad \boldsymbol{y = 4}$
5º. O valor de y é levado a qualquer das equações em que x está isolado e determina-se x:	$x = \frac{33-3y}{7} = \frac{33-3(4)}{7}$ $x = \frac{33-12}{7} = \frac{21}{7} \qquad \therefore \quad \boldsymbol{x = 3}$
6º. A solução do sistema é:	$\boldsymbol{x = 3}$ e $\boldsymbol{y = 4}$

C. Adição

Este método consiste em somar, membro a membro, as duas equações com o objetivo de, nesta operação, eliminar uma das incógnitas e só é vantajoso no caso de os coeficientes de umas das incógnitas serem simétricos.

Exemplos:

a) $\begin{cases} x + y = 4 \\ x - y = 0 \end{cases}$ $\begin{matrix} \rightarrow \text{equação 1} \\ \rightarrow \text{equação 2} \end{matrix}$

- Somando, membro a membro, vem:

$$2x = 4 \quad \therefore \quad \boldsymbol{x = 2}$$

- Substituindo o valor de x na equação 1, vem:

$$2 + y = 4 \quad \therefore \quad \boldsymbol{y = 2}$$

- A solução do sistema é: $\boldsymbol{x = 2}$ e $\boldsymbol{y = 2}$.

b) $\begin{cases} 3x + 2y = 7 \\ 5x - y = 3 \end{cases}$

- Primeiramente, observe:

$$\begin{cases} 3x + 2y = 7 \\ 5x - y = 3 \quad \times (2) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3x + 2y = 7 \\ 10x - 2y = 6 \end{cases}$$

- Somando, membro a membro, vem:

$$13x = 13 \quad \therefore \quad \boldsymbol{x = 1}$$

- Substituindo o valor de x na 1ª equação, vem:

$$3(1) + 2y = 7 \Rightarrow 3 + 2y = 7 \Rightarrow 2y = 4 \quad \therefore \quad \boldsymbol{y = 2}$$

- A solução do sistema é: $\boldsymbol{x = 1}$ e $\boldsymbol{y = 2}$.

c)

1º. Seja o sistema:	$\begin{cases} 4x + 6y = 9 \\ 7x - 9y = 6 \end{cases}$
2º. Multiplica-se as duas equações pelo quociente da divisão do m.m.c. dos coeficientes da incógnita que se quer eliminar, pelos coeficientes dessas incógnitas nas equações dadas:	• Para eliminar y, o m.m.c. entre 6 e 9 é 18. • A 1ª equação será multiplicada por $18 \div 6 = 3$. • A 2ª equação será multiplicada por $18 \div 9 = 2$. • Assim, vem: $\begin{cases} 12x + 18y = 27 \\ 14x - 18y = 12 \end{cases}$
3º. Somando membro a membro elimina-se y. Isola-se x e obtém-se o seu valor:	$26x = 39$ $x = \frac{39}{26} = \frac{3}{2} \quad \therefore \quad \boldsymbol{x = \frac{3}{2}}$
4º. Leva-se o valor obtido de x a uma das equações iniciais e determina-se y:	$4x + 6y = 9$ $y = \frac{9-4x}{6} = \frac{9-4\left(\frac{3}{2}\right)}{6} = \frac{9-6}{6} = \frac{3}{6} \quad \therefore \quad \boldsymbol{y = \frac{1}{2}}$
5º. A solução do sistema é:	$\boldsymbol{x = \frac{3}{2}}$ e $\boldsymbol{y = \frac{1}{2}}$

HORA DE EXERCITAR!

EXERCÍCIOS

106) Resolver as seguintes equações:

a) $4x = 8$ b) $-5x = 10$ c) $7 + x = 8$

d) $3 - 2x = -7$ e) $16 + 4x - 4 = x + 12$ f) $8 + 7x - 13 = x - 27 - 5x$

g) $\frac{2x}{3} = \frac{3}{4}$ h) $\frac{1}{4} = \frac{3x}{10}$ i) $9x + 2 - (4x + 5) = 4x + 3$

j) $3(2-x)-5(7-2x)=10-4x+5$

k) $\frac{x-2}{3}-\frac{12-x}{2}=\frac{5x-36}{4}-1$

l) $\frac{5x+3}{8}-\frac{3-4x}{3}+\frac{x}{2}=\frac{31}{2}-\frac{9-5x}{6}$

107) Resolver os seguintes sistemas de equações:

a) $\begin{cases} x+y=12 \\ 3x+y=24 \end{cases}$ b) $\begin{cases} 5x+6y=19 \\ 7x+2y=1 \end{cases}$ c) $\begin{cases} x+5y=12 \\ 3x-4y=-2 \end{cases}$ d) $\begin{cases} \frac{x}{4}+\frac{y}{5}=2 \\ \frac{2x+1}{3}-\frac{y-3}{2}=2 \end{cases}$

108) (UCP) A raiz da equação $\frac{1}{2}(x-1)-\frac{1}{3}(x-2)+\frac{1}{4}(x-3)=\frac{2}{3}$ é:

a) 5 b) $\frac{7}{8}$ c) $\frac{2}{3}$ d) 3 e) $-\frac{2}{3}$

109) (PUC-SP) Considere o problema:

"A idade do pai é o dobro da idade do filho. Há 10 anos atrás, a idade do pai era o triplo da idade do filho. Qual é a idade do pai e do filho?"

O sistema de equações que "traduz" esse problema é:

a) $\begin{cases} y=3x \\ 2x+y=30 \end{cases}$

b) $\begin{cases} y=2x \\ 3x=y+20 \end{cases}$

c) $\begin{cases} y=3x \\ y=2x+20 \end{cases}$

d) $\begin{cases} y=2x \\ 3x-2y=15 \end{cases}$

e) $\begin{cases} y=\frac{x}{2} \\ x-3y+30=0 \end{cases}$

110) (UFSC) A soma das idades de um pai e seu filho é 38 anos. Daqui a 7 anos o pai terá o triplo da idade do filho. A idade do pai é: ...